

# 自然科学総合実験レポート

受講日 6月 2日、6月 9日

課題番号： 3

実験課題名： 重力加速度の測定を通してみた地球

学籍番号： [削除済]

氏名： [削除済]

共同実験者：

[削除済]

表（下記のどちらか一方を残してください）

： 正規の授業を受講した。

裏（下記のどちらか一方を残してください）

： 正規の授業を受講した。

## 2023 年度 課題 3 実験結果報告書

### 注意事項

課題 3 では、他の課題のレポートと異なり、この様式をダウンロードして実験結果を記入し、報告する。ただし、他の課題のレポートもこれと同じように書いて良いという意味ではないので注意すること。一週目と二週目の分があるので、二週目の結果をまとめる際には、一週目はそのまま残すこと（修正や消去をしない）。この課題では試行（+思考）錯誤の過程を重視しており、得られた重力加速度の値は評価の良し悪しに関係しない。二週目分までが完成したら、まとめて提出する。

グラフや表は、各設問の下の空いている行に挿入する。また、装置や実験の内容が分かる図も、必要に応じて入れる（但し自身で作成したものに限り、教科書からコピーや写メは不可）。手書きのものは、それを写真撮影して挿入してもかまわない。それにより、挿入位置より下の行がずれるが差し支えない。写真を空白に合わせて縮小する必要もない。また、「説明せよ」「述べてよ」などと指示されている場合には、空いている行に同様に記述せよ。ただし、その際、前後の設問との間を一行空けること。

提出の際、自然総合実験として指定されている様式の表紙を付け、全体を PDF に変換するのを忘れないこと。ファイル名の付け方は、他の課題のレポートと同じとする。

### 一週目

1. 実験 0 の内容について説明せよ。実験条件、周期の測定結果、計算に用いた振り子の長さ、計算結果も示すこと。

振り子の周期から重力加速度を求める実験を行った。

まず準備として、マグネットクリップに 200 g の無鉛高密度合金のおもりのついた伸び縮みの小さなケプラー糸を挟み、振り子を作成した。このとき、糸の長さは 34.5 cm、おもりは球形でその直径は 37.0 mm であり、おもりの上部には 6 mm のフックがついていた。

次に作成した振り子を用いて、振り子の周期を測定した。このとき、振り子の運動はおもりが描く円弧の弦が 10 cm となっていた。振り子の周期は、おもりが振り子の中心に来た時点からの

1 周期分を 1 度だけ、スマートフォンのタイマーアプリのストップウォッチ機能で測定した。

以上の条件下で測定された振り子の周期と、そこから導き出される重力加速度を示す。測定した振り子の周期は 1.23 秒であった。

ここで一般に、質点のついた振り子の周期 $T$ について、円周率を $\pi$ 、振り子のひもの長さを $L$ 、重力加速度を $g$ と置けば、

$$T = 2\pi\sqrt{\left(\frac{L}{g}\right)} \quad (\text{式①})$$

が成立する。これより

$$g = \frac{4\pi^2 L}{T^2} \quad (\text{式②})$$

が成立する。

この実験において、おもりを質点と仮定し、ひもの長さを決定したい。我々の班では、球体のおもりの中心までの長さがひもの長さ、と決定した。よって今回の計算で用いるひもの長さは、実際のひもの長さ 34.5cm にフックの長さ 6mm と球形のおもりの半径 18.5mm を加算した値で考える。式②から、重力加速度 $g$ は

$$g = \frac{4\pi^2(34.5 \times 10^{-2} + (6.00 + 18.5) \times 10^{-3})}{1.23^2} = 9.6158350764 \dots$$

より、およそ 9.62 (m/s<sup>2</sup>)と算出される。

2. 動画の観察結果を 1,4,10 往復それぞれ 5 回ずつについて表にまとめ、グラフに示せ。どのタイミングで測り始めたかも記すこと。

以下に示す表 1 に 1,4,10 往復ごとの観察結果をまとめる。測定はスマートフォンを右手に持ち、タイマーアプリのストップウォッチ機能を使って行った。またどの測定も、動画内で振り子が左端に到達したタイミングで計り始めた。

表 1. 往復回数と計測結果。なお数値の単位はすべて秒で、1 周期分の値は測定結果の数値を往復回数で割っている。

	1 回目	2 回目	3 回目	4 回目	5 回目	5 回の平均
1 往復	1.74	1.72	1.86	1.70	1.68	1.74
1 周期	1.74	1.72	1.86	1.70	1.68	1.74
4 往復	6.89	6.98	6.98	6.81	6.97	6.93

1 周期	1.7225	1.745	1.745	1.7025	1.7425	1.7315
10 往復	17.46	17.57	17.56	17.40	17.53	17.504
1 周期	1.746	1.753	1.756	1.740	1.753	1.7504

表 1 を図にまとめたのが、以下の図 1 である。

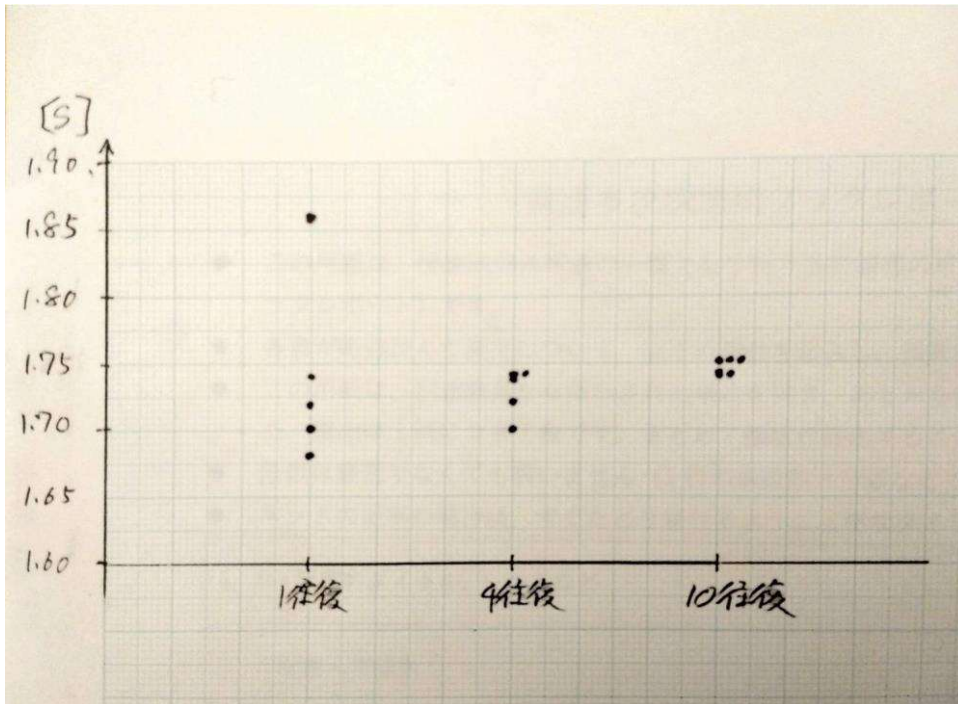


図 1. 表 1 をまとめたグラフ

3. 用いたストップウォッチがスタート/ストップするのはどの瞬間か. 確かめた結果を記せ.

実験で用いたスマートフォンのタイマーアプリを調べてみると、指が離れる瞬間にストップウォッチが作動していた。

4. 実験結果, 動画の観察結果, グループワークの議論を踏まえて, どのように振り子を振るのが良いか, 次の文の [ ] にある選択肢の適切と思うほうを選択し (不適切と思う方に[取り消し線](#)を引く), なぜそう考えたか, それぞれ理由を述べよ.

『単振り子で重力加速度を測定するには、同じ材質なら① [~~大きな~~・小さな] おもりを② [長い・短い] ひもに吊るし、③ [~~大きな~~・小さな] 振幅で振り、④ [~~一往復~~・多くの往復] の時間から周期を求めるのが良い。』

①の理由：

前提として式①は空気抵抗を無視している。実際の測定では、その空気抵抗の影響を小さくするためにおもりの表面積をできるだけ小さくすべきだろう、と考えたからである。

②の理由：

式①はさらに振り子の振れ角が無限小であることを前提としたものである。実際の測定でも、振れ角ができるだけ小さくなるようにひもを長くするほうが適切だ、と考えたからである。

③の理由：

問題②の理由と同様に、振り子の振れ角が小さくなるように、振幅も小さくすべきだ、と考えたからである。

④の理由：

表 1 および図 1 から、往復回数を増やすほど測定値の差が小さくなる傾向が読み取れたからである。この傾向の原因は、ストップウォッチをスタートそしてストップするときに生じる誤差が往復回数を重ねるほど薄くなっていくからである、と理解できる。

---

## 二週目

5. 長さが同じでおもりの大きさが異なる振り子を比べた実験 1 について説明せよ。実験の目的、方法、実験条件、実験結果と、目的に対して得られた結論を述べよ。

実験の目的：

実験 1 の目的は、実験で用いることのできるおもり 2 種類のうち、大きいものと小さいものの振り子運動の減衰について、どちらの減衰が小さいかを調べることである。問題 4-①の回答にも記述した通り、式①は空気抵抗を無視していることを考慮する必要がある。振り子の振幅も周期に依存してしまうため、振り子運動の空気抵抗による減衰が小さいほうのおもりを用いれば、より精密に重力加速度を算出できるため、この実験を行った。

実験方法：

2 種類のおもりを用いた同じ長さの振り子を同じ振幅となるよう同時に振り、その運動の様子を観察し、減衰量を比較した。

実験条件：

この実験で用いたおもり 2 種類は、ともに無鉛高密度合金の球形のものであり、大きなおもりは重さ 250g、球の直径が 37mm であった。また小さなおもりの重さは 50g、直径は 23mm であり、ひもの長さは、球の中心までが長さであると定義づけ、31.5cm で統一した。振り子の運動は、振り子が静止しているときの位置から 12.4cm 離れた位置から静かに手を放して開始した。

実験結果：

観察の結果、減衰は小さなおもりのほうが大きなおもりより大きかった。また小さなおもりをつけたほうが、大きなおもりよりも 1 往復にかかる時間が短かった。

6. おもりは同じで長さが異なる振り子を比べた実験 2 について説明せよ。実験の目的、方法、実験条件、実験結果と、目的に対して得られた結論と、その判断理由を述べよ。またこの実験結果をもとにすると、振幅は大・小どちらが良いと判断されるかも、理由とともに述べよ。

実験の目的：

振り子の運動の減衰を小さくするためには、振り子の長さが長いほうがいいのか、短いほうがいいのかを調べる。

実験方法：

同じおもりで長さの異なる振り子を同じ振幅となるよう同時に振り、その運動の様子を観察し、減衰量を比較した。

実験条件：

2 つのおもりはどちらも実験 1 で用いたものと同じ 50g、直径 23mm の球形のもので、ひもの長さは実験 1 と同様の定義から測定すると、1 つは 98.8cm、もう 1 つは 31.2cm であった。振り子の運動は、振り子が静止しているときの位置から 11.0cm 離れた位置から静かに手を放して開

始した。

実験結果：

観察の結果、ひもの長さが長いほうが短いほうより減衰が小さいことが分かった。

7. 実験 1, 2, および一週目から得られた知見をもとに、最適と思われる条件で行った実験 3 について、実験条件と測定結果を記し、そこから求められた重力加速度の値を示せ。測定結果はラップタイムと積算をすべて示し、重力加速度はラップタイムからの値を最低 3 つと、100 往復からの値を示せ。100 往復以上の測定を行った場合は、そこから得られた重力加速度も示す（ラップタイムからの値は不要）。

実験条件：

実験 1、実験 2 および 1 週から、最適と思われる条件は「振り子を長くして、大きなおもりを用いて、できるだけ測定する往復回数を増やすこと」とであるとグループ内で結論づけられた。この実験において振り子のひもの長さは、これまでの実験と同様に測って、124.55cm であり、実験 1 で用いた大きいほうのおもり(250g, 直径 37mm)と同じものを使った。木片をおもりに軽くぶつけ、振り子の運動が安定してから測定を開始し、スマートフォンのタイマーアプリで、10 往復ごとにラップタイム機能を用いて途切れなく往復にかかる時間を 10 回測定した。このとき、測定を開始する瞬間は振り子が木片側に最大まで振れたときであり、その振幅は、測定開始時点で 3.4 cm であった。

実験結果：

以下表 2 に今回の実験で得られた振り子が 10 往復するごとにかかった時間をまとめた。数値の単位はすべて秒である。

表 2. 10 往復にかかった時間

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
22.30	22.36	22.46	22.49	22.59	22.36	22.51	22.44	22.47	22.38

表 2 のデータより 10 回の平均値は 22.436(秒)で、これを往復回数 10 で割った値 2.2436(秒)が 100 往復から得られる周期である。

また、1 回目、5 回目、10 回目の 3 回のデータの平均をとると、22.4233...(秒)で、10 で割った 2.24233(秒)が周期である。

以上から、10 回の平均をとったときの重力加速度  $g$  は、式②から

$$g = 9.76815643016 \dots \cong 9.768 \text{ (m/s}^2\text{)}$$

であり、また、3 回分の平均をとったときの重力加速度  $g$  は、式②から

$$g = 9.77922444581 \dots \cong 9.779 \text{ (m/s}^2\text{)}$$

であった。

8. 振り子の長さに $\pm 0.5\text{mm}$ の誤差があり得るとして、それにより実験3の100往復から得た重力加速度がどれだけの誤差を含みうるかを求めよ。考え方と計算を示して、最終的に

$$g = 9.000 \pm 0.\Delta\Delta\Delta \text{ m/s}^2$$

(9.000が誤差を考えずに計算した値,  $0.\Delta\Delta\Delta$ が誤差)

のように表せ。

振り子の長さに $\pm 0.5\text{mm}$ の誤差があり得ると仮定したときに、その $\pm 0.5\text{mm}$ を式②に  $L$  として代入することで含みうる誤差を考える。式②より、

$$g = \frac{4\pi^2(\pm 0.5 \times 10^{-3})}{(2.2436)^2} = \pm 0.00392137953 \dots \cong \pm 0.004 \text{ (m/s}^2\text{)}$$

と求まるから、最終的に  $g$  は、

$$g = 9.768 \pm 0.004 \text{ (m/s}^2\text{)}$$

である。

9. 『重力値推定計算サービス』(<https://vlodb.gsi.go.jp/sokuchi/gravity/calc/gravity.pl>) から得られる理科実験棟での重力加速度 ( $9.8008\text{m/s}^2$ ) と、実験3から得られた値を比較せよ。振り子の長さに  $0.5\text{mm}$  の誤差があるとした場合に、両者は誤差範囲で一致するかを確かめよ。

実験3から得られた値の誤差の範囲内に実験棟の重力加速度  $9.8008 \text{ m/s}^2$  は一致しなかった。振り子の長さのみが誤差を生んだと仮定すれば、振り子の長さの誤差として考えられるのは  $+5 \text{ mm}$  ほどであった。

10. この実験を通して学んだことを述べよ。

今回の実験で得られた学びは、実験では人間が関わるうえでどうしても生じてしまうような誤差を、できる限り小さくする努力が必要だ、ということである。計測手法を見直すことで、より精密な実験結果が求められることを実感した。



ここで最終的に求めた値と実際の正しい値に齟齬が生じた理由を考察したい。可能性がありそうだと考えるのは以下の4点である。

#### 1. 計測された値に大きな誤差が含まれていた

周期に関しては誤差が少なくなるように往復回数を多くして測定したため、誤差は少ないと考えられるので、ひもの長さで誤差が含まれていたかもしれない。実験3を振り返ってみると、振り子のひもをつるしてから長さを測っていたことを思い出した。不安定な状況下での目測だったので、誤差が大きく生じたかもしれない。

#### 2. 今回のすべての実験で一貫させたひもの長さの定義が不適切だった。

今回、式①および②を用いて重力加速度を求めるために、おもりを質点と仮定し、クリップの先端から球形のおもりの中心までの距離をひもの長さとして話を進めていた。しかしそもそもその定義が誤っていて結果に大きな影響を与えた、ということも考えられる。大きなおもりを用いたため、おもりを質点と仮定したことが間違いだったかもしれない。またおもりの球の中心までをひもの長さとしたが、フックを含むおもりの重心までの長さで考えるとまた違う値になったかもしれない。

#### 3. 地球の内部の状態が、正しい値である $9.8008 \text{ (m/s}^2\text{)}$ を計測した時と実験の時とで変化している。

地球の内部はマントルが流動しているため、常に変化している。この実験を通じて、重力加速度はその場の地下の密度によって異なり、それが地球の内部を考える手掛かりになっていることを学んだ。つまり、ある地点における重力加速度は一定ではない、と考察できるので、こういったことも値にずれが生じた原因であるのかもしれない、と考えている。

#### 4. 実験で用いた振り子の長さや、おもりの選択が不適切だった。

第1週の問題4-①で回答した通り、1週目の時点ではおもりは小さくしたほうが測定に適切だと考えていた。しかし、問題5で回答した実験1の結果より、小さなおもりのほうが減衰が大きかったので測定には不相当だと考え、実験3では大きいほうのおもりを用いた。また、ひもの長さも長くして実験を行った。

もし観察が正しかったとするならば、実験1で小さいおもりのほうが減衰が大きかったのは、周期が大きいおもりをつけたものよりも短かったためだと考えられる。振り子の振れ幅は同じなので、振り子運動の速度は小さなおもりをつけたほうが大きい。これが、おもりにかかる減衰の原因となる抵抗力に深く関わったためにこのような結果になったのだろう。

しかし、こういったおもり、そしてひもの長さの選択が不適切であった可能性もあるだろう。短い振り子だったり、小さなおもりにしたりなど、条件を変化させたときの結果とも比較すべきだと感じた。

## 以下、採点者コメント

レポート全体はよく記述されているが、とくに実験 3 の結果と標準重力値との乖離を検討した点はよい。とくに支点錘重心間距離は重要で、振子をぶら下げた状態で定規での 1 回の計測では精度が上がらないことを振り返れたのは重要である。そうした誤差を限りなく小さくしたうえで、例えば重力異常と地球内部の状況が検討できることを理解するとよい。

表 1 の平均周期の桁数が部分的に整っていない。有効桁数を考慮し、表 1 のどの数値の桁数をどのようにすべきか再考し、今後を活かせるるとよい。

ちなみに（第 2 週実験の）大きい錘の質量も 200 g であるが、ケアレスミスか。